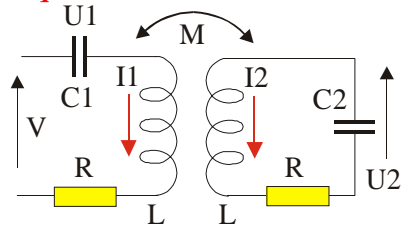


[Retour à l'applet](#)

Couplage par induction mutuelle

Equations du circuit



On considère deux circuits R, L, C série couplés par induction mutuelle. Les deux inductances sont identiques ainsi que les résistances. Le circuit de gauche est excité par une tension $v(t)$ *sinusoïdale*. On étudie le courant dans chaque circuit.

A chaque instant, on a les équations :

$$L \frac{dI_1}{dt} + RI_1 + \frac{Q_1}{C_1} + M \frac{dI_2}{dt} = v(t) \quad ; \quad L \frac{dI_2}{dt} + RI_2 + \frac{Q_2}{C_2} + M \frac{dI_1}{dt} = 0$$

En dérivant, on tire :

$$L \frac{d^2I_1}{dt^2} + R \frac{dI_1}{dt} + \frac{I_1}{C_1} + M \frac{d^2I_2}{dt^2} = \frac{dv(t)}{dt} \quad ; \quad L \frac{d^2I_2}{dt^2} + R \frac{dI_2}{dt} + \frac{I_2}{C_2} + M \frac{d^2I_1}{dt^2} = 0$$

Régime libre

On charge le condensateur C_1 puis on ferme le circuit de gauche. Pour étudier le **régime libre**, on peut intégrer numériquement le système d'équations ci-dessus.

Régime forcé permanent

On utilise les impédances complexes en posant :

$$Z_1 = R + j \left(L\omega - \frac{1}{C_1\omega} \right) = R + jX_1 \quad ; \quad Z_2 = R + j \left(L\omega - \frac{1}{C_2\omega} \right) = R + jX_2 \quad ; \quad M = mL$$
$$V = Z_1 I_1 + jM\omega I_2 \quad ; \quad 0 = Z_2 I_2 + jM\omega I_1$$
$$V = (Z_1 + M^2\omega^2 / Z_2) I_1$$

On tire :

$$I_1 = \frac{Z_2 V}{Z_1 Z_2 + M^2\omega^2} \quad ; \quad I_2 = \frac{-jM\omega V}{Z_1 Z_2 + M^2\omega^2}$$

On peut poursuivre l'étude sous la forme littérale mais les calculs sont assez pénibles. Le calcul numérique permet de cerner simplement les phénomènes. On peut toutefois faire les remarques suivantes :

❑ On prend les *deux circuits identiques* ; leur fréquence propre est $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. Pour chercher la valeur maximale de I_2 , on peut dans une première étape négliger les résistances. Il vient :

$$Z_1 = jX \text{ et } Z_2 = jX \text{ et } I_2 = -jM\omega V / (X^2 - M^2\omega^2).$$

$$I_2 \text{ est maximum si } X = \pm M\omega \text{ soit : } L\omega - \frac{1}{C\omega} = \pm mL\omega \text{ ou encore pour : } \omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 \pm m}}$$

❑ La relation $V = (Z_1 + M^2\omega^2 / Z_2) I_1$ montre que la partie réelle du circuit de gauche est toujours plus grande que celle du même circuit non couplé : Le couplage amorti le premier circuit (Sa réactance est aussi modifiée et elle peut être positive ou négative).

❑ On peut montrer que pour les deux circuits couplés, la valeur de M qui donne la valeur maximum de I_2 est telle que $M^2\omega^2 = Z_1 Z_2$.

Pour deux circuits identiques accordés $Z_1 = Z_2 = R$: le coefficient de couplage optimal vaut

$$\text{donc } m = \frac{R}{L\omega_0} = \frac{1}{Q}$$

[Retour à l'applet](#)