

Retour à l'applet

Le circuit RLC série en régime sinusoïdal

Pour l'étude du circuit en **régime permanent**, on utilise la représentation complexe. L'impédance du circuit est égale à :

$$Z = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) = R\left(1 + j\left(\frac{L\omega}{R} - \frac{1}{RC\omega}\right)\right)$$

$$\text{On pose : } \omega_0^2 = \frac{1}{LC} ; \quad Q = \frac{L\omega_0}{R} ; \quad x = \frac{\omega}{\omega_0}$$

$$\text{Il vient : } \frac{L\omega}{R} = \frac{Q\omega}{\omega_0} = Qx ; \quad \frac{1}{C} = L\omega_0^2 \frac{1}{RC} = Q\omega_0^2 \frac{1}{RC\omega} = \frac{Q}{x}$$

On caractérise le circuit par : **Q son facteur de qualité et ω_0 sa fréquence propre.**

Ce changement de variable permet d'écrire l'impédance sous la forme suivante :

$$Z = R\left[1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)\right] = Z_0 \cos \varphi + jZ_0 \sin \varphi$$

On en déduit si l'origine des phase est le courant :

$$\text{tg}\varphi = Q\left(x - \frac{1}{x}\right) ; \quad Z_0 = R\sqrt{1 + Q^2\left(x - \frac{1}{x}\right)^2} ;$$

L'intensité du courant dans le circuit est donc $I(t) = U(t)/Z_0$

Pour $x = 1$, I présente un maximum $I_M = U/R$. Il y a alors **résonance en courant**. Si toutes choses égales par ailleurs, on diminue R, on augmente la valeur de Q ainsi que l'acuité de la résonance en courant.

Soient $V_C = U_C \cdot \cos(\omega t + \varphi_C)$ et $V_L = U_L \cdot \cos(\omega t + \varphi_L)$ les valeurs des tensions aux bornes du condensateur et de l'inductance. On peut écrire que :

$$U_C = Z_C \cdot I = I/C\omega = I \cdot RQ/x.$$

$$U_L = Z_L \cdot I = I L \omega = I \cdot RQx.$$

$$U_L = \frac{QxU}{\sqrt{1 + Q^2\left(x - \frac{1}{x}\right)^2}} ; \quad U_C = \frac{QU}{x \cdot \sqrt{1 + Q^2\left(x - \frac{1}{x}\right)^2}}$$

Pour chercher le maximum de U_L , on calcule sa dérivée :

$$\frac{dU_L}{dx} = \frac{Q\sqrt{1 + Q^2\left(x - 1/x\right)^2} - \frac{Q^3x(2x - 2/x^3)}{2\sqrt{1 + Q^2\left(x - 1/x\right)^2}}}{1 + Q^2\left(x - 1/x\right)^2}$$

Le numérateur s'annule si : $1 - 2Q^2 + 2Q^2/x^2 = 0$ soit pour : $x^2 = \frac{2Q^2}{2Q^2 - 1}$

Il faut que $2Q^2 - 1 > 0$ soit $Q > 1/\sqrt{2}$. On a alors : $x_L = \frac{Q\sqrt{2}}{\sqrt{2Q^2 - 1}} > 1$

Un calcul identique pour U_C donne un maximum pour $x_C = 1/x_L$.

Le circuit RLC série présente **trois fréquences réduites caractéristiques x_C , 1 et x_L** qui se confondent quand Q est grand.

x_C et x_L correspondent à des surtensions aux bornes du condensateur et de l'inductance : ce sont les **résonances en tension**.

Pour $x = 1$ ($\omega = \omega_0$), il y a **résonance en courant** dans le circuit.